

# 4年次「数学セミナー」

数学科には教授と准教授、1人につき1研究室あります。教授と准教授合わせて37人(2023年7月現在)なので、37の研究室があることになりますね！研究分野は大きく分けて、代数学、幾何学、解析学、確率・基礎論があります。

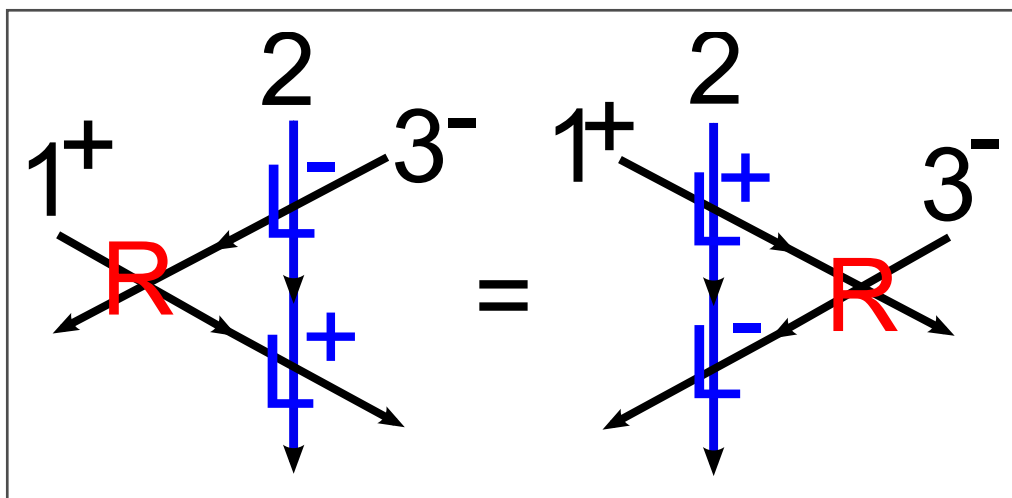
数学科4年次では研究室配属があり、必ず洋書を読むという伝統があります。昨年度に4年次「数学セミナー」を担当した教員の中で、代数学から長谷川浩司准教授、幾何学から本多 正平 教授、解析学から岡部 真也 准教授、確率・基礎論から阿部 圭宏 准教授、の4人の先生に配属された学生がどのような内容の研究に取り組んだのか、紹介していただきました！

# 代数学

- ▶ 代数系の表現論
- ▶ 可積分系
- ▶ 可解格子模型
- ▶ 量子群とヤン・バクスター方程式
- ▶ パンルヴェ方程式 など

## 長谷川 浩司 准教授

数理物理において現れる「解ける」方程式系は可積分系と呼ばれ、背景の代数的構造とともに盛んに研究されています。4年生セミナーでは、入門としてリー群およびリー代数の表現論について学び、古典的話題としてこれらを対称性とする量子力学的問題などに触れます。大学院に進む場合は、対称性の代数として近年現れた無限次元のリー代数や、量子群と呼ばれるホップ代数、これらの表現論および関連する問題について学びます。特に、ヤン・バクスター方程式と差分化・量子化された可積分系、量子離散パンルヴェ方程式、これらの隠れた対称性や場の理論との関連について研究しています。



## 幾何学

- ▶ 幾何学
- ▶ 微分幾何学
- ▶ リーマン幾何学
- ▶ 距離の幾何学 など

## 本多 正平 教授

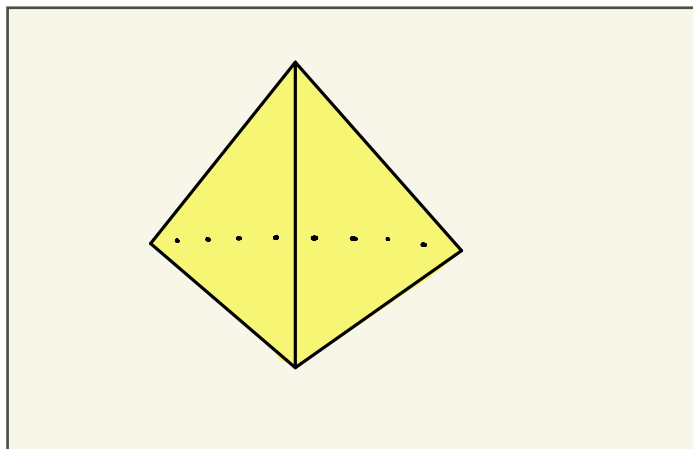
つるつるした図形だけでなく、角があるかもしれない図形の上でその曲がり方を見つつ、幾何学や解析学を行っています。4年生のセミナーの話題もそれに関係するものが多く、本年度はサブリーマン幾何学、最適輸送理論、リッチフローといった話題を扱っています。私の研究の簡単な説明についての記事は次でみることができます；

<https://www.sci.tohoku.ac.jp/news/20171115-9397.html>

<https://www.sci.tohoku.ac.jp/news/20220124-11914.html>

また、高校生向けの動画として次もございますのでよかったらご覧になってください；

<https://www.youtube.com/watch?v=uE7fO7SlcLQ&t=2897s>



## 解析学

- ▶ 非線形解析学
- ▶ 変分法
- ▶ 偏微分方程式論
- ▶ 幾何解析 など

## 岡部 真也 准教授

本研究室では、様々な幾何学的発展方程式を興味を中心とした研究を行っています。本年度のセミナーでは、関数解析学を主な道具として、無限次元空間における微分方程式や極値問題（変分問題）に関連する洋書を4冊選定し、5名の受講者がそれぞれ別々のテーマに積極的に取り組んでいます。セミナーの中で習得した知識や気がついた自分の興味などを基盤として、多くの受講者が大学院での「研究の世界」へと足を踏み入れていきます。

Curve Shortening Flow

$$\partial_t \gamma = \kappa \nu$$

Gradient Inequality

$$\|\text{grad}_\gamma \mathcal{E}\| \geq C |\mathcal{E}(\gamma) - \mathcal{E}(\gamma_\infty)|^\theta$$

Isoperimetric Inequality

$$\mathcal{L}(\gamma)^2 \geq 4\pi \mathcal{A}(\gamma)$$

Elastic Flow

$$\partial_t \gamma = (-2\partial_s^2 \kappa - \kappa^3 + \lambda^2 \kappa) \nu$$

Ideal Flow

$$\partial_t \gamma = (2\partial_s^4 \kappa + 2\kappa^2 \partial_s^2 \kappa - \kappa \partial_s^2 \kappa) \nu$$

Curve Diffusion Flow

$$\partial_t \gamma = -\partial_s^2 \kappa \nu$$

## 確率・基礎論

- ▶ 確率論
- ▶ 数理論理学
- ▶ 数学基礎論
- ▶ 計算機数学 など

## 阿部 圭宏 准教授

セミナーでは確率論の基礎を輪講形式で学んでいます。確率、事象、確率変数、期待値、独立性などを3年次に学ぶ測度論にもとづいて定義して、それらの基本性質を学んだ後、大数の法則や中心極限定理などの様々な極限定理や確率過程の基礎を学びます。これらの多くはコイン投げの問題や微粒子の不規則運動など身近な例や現実の現象と密接に関係しています。そのため、直観を働かせながら学べる点が魅力の一つです。

公平なコインを  $n$  回投げたとき、表が出た回数を  $S_n$  とする。

大数の強法則

$$P\left(\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} = \frac{1}{2}\right) = 1$$

中心極限定理 任意の  $a < b$  に対して、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(a \leq \frac{S_n - (n/2)}{\sqrt{n}/2} \leq b\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$