

4年次「数学セミナー」

数学科には教授と准教授、1人につき1研究室あります。教授と准教授合わせて36人(2022年7月現在)なので、36の研究室があることになりますね！研究分野は大きく分けて、代数学、幾何学、解析学、確率論・応用数学があります。

数学科4年次では研究室配属があり、必ず洋書を読むという伝統があります。昨年度に4年次「数学セミナー」を担当した教員の中で、代数学から大野 泰生 教授、解析学から高村 博之 教授、幾何学から寺嶋 郁二 教授、確率論・応用数学から針谷 祐 教授、の4人の先生に配属された学生がどのような内容の研究に取り組んだのか、紹介していただきました！

代数学

- ▶ 整数論
- ▶ 数論幾何学
- ▶ 代数幾何学
- ▶ 代数解析学
- ▶ 表現論 など

大野 泰生 教授

当研究室ではゼータ関数に関わる数論と組合せ論の研究を主に行っています。昨年度は5名の四年生が所属しました。ゼミには研究室の先輩である大学院生も多数参加してたくさんのことを教えてくれます。わいわい賑やかに議論をし、理解できない箇所や新たな着想を皆で考えます。大学院進学後の研究テーマをゼミの活動から見つける人もたくさん居ます。多重ゼータ値やベルヌーイ数、古典的数論にも詳しい先輩に囲まれながら、昨年度は解析数論と多重ゼータ関数に関する2冊の文献を使いチームで理解を深め、数論の神秘に触れました。

Multiple zeta values and multiple integrals.

$$\zeta(\mathbf{k}) = \zeta(k_1, \dots, k_r) := \sum_{0 < n_1 < \dots < n_r} \frac{1}{n_1^{k_1} \dots n_r^{k_r}} = I$$

$$\left(\begin{array}{c} k_n \left(\begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} \right) \\ \vdots \\ k_2 \left(\begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \circ \end{array} \right) \\ \vdots \\ k_1 \left(\begin{array}{c} \circ \\ \vdots \\ \bullet \end{array} \right) \end{array} \right)$$

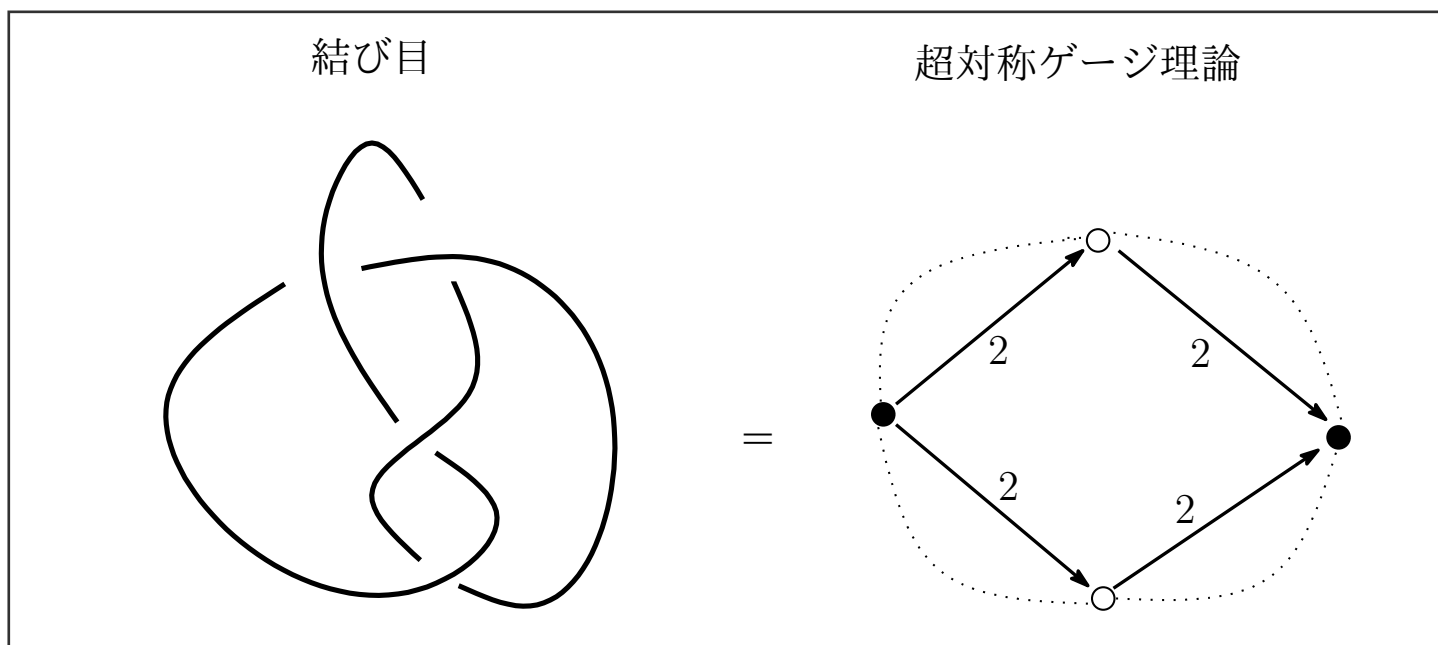
$$\eta(k; m) = I \left(\begin{array}{c} \circ \\ \diagup \quad \diagdown \\ \circ \quad \bullet \\ \vdots \quad \vdots \\ \bullet \quad \bullet \end{array} \right) = \sum_{\substack{0 < u_1 \leq \dots \leq u_k \\ 0 < v_1 \leq \dots \leq v_m}} \frac{1}{u_1 \dots u_k v_1 \dots v_m} = \eta(m; k)$$

幾何学

- ▶ 複素幾何学
- ▶ 微分幾何学
- ▶ トポロジー
- ▶ 幾何学的群離散解析 など

寺嶋 郁二 教授

トポロジーと数理物理を繋ぐ横断的な研究をしています。特に、3次元多様体の量子不変量と全く別の3次元多様体上のゲージ理論の分配関数が一致する物理的対応（3次元/3次元対応 3d/3d correspondence）から導かれる非常に不思議な数学的現象に興味があります。去年の4年セミナーは5名の参加者で関連する3次元多様体や結び目についてのテキストを読み、各自2週間に1回ぐらいの発表をZoomで行っていました。



解析学

- ▶ 偏微分方程式論・実解析学
- ▶ 非線形解析学 など

高村 博之 教授

本研究室では偏微分方程式論を研究しています。偏微分方程式とは時間と空間に依存した物理現象を表現する方程式で、偏導関数と呼ばれる一つの変数だけに着目した多変数関数の導関数で記述されています。指導教員は非線形波動方程式の専門家ですが、セミナーではそれにこだわらず、幅広い方程式を輪講形式で学習します。

$$\begin{cases} u_{tt} - \Delta u = F(x, t, u, Du, D_x Du) \\ \quad \text{in } \mathbf{R}^n \times (0, \infty), \\ u(x, 0) = \varepsilon f(x), \quad u_t(x, 0) = \varepsilon g(x) \end{cases}$$

確率論・応用数学

- ▶ 確率論
- ▶ 数学基礎論
- ▶ 計算機数学 など

針谷 祐 教授

昨年度のセミナーでは、R. Durrettさんという方の“Probability: Theory and Examples”の第4版を基に、確率論の基礎を勉強しました。現代の確率論は測度論(またはルベーグ積分論)とよばれる分野と切っても切れない関係にありますので、その大まかな復習から始まって、大数の法則、大偏差原理、中心極限定理、そしてランダムウォークについて学びました。4年次のセミナーの教材としては高度な内容もありましたが、理解の助けとなる例も多く載せられていて、セミナー所属の皆さんはとても熱心に取り組まれました。

$$\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \mu \quad \text{a.s.}$$
$$P\left(a \leq \frac{\sqrt{n}}{\sigma} \left(\frac{X_1 + \cdots + X_n}{n} - \mu \right) \leq b\right)$$
$$\xrightarrow{n \rightarrow \infty} \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$