

4年次「数学セミナー」

数学科には教授と准教授、1人につき1研究室あります。教授と准教授合わせて35人(2024年7月現在)なので、35の研究室があることになりますね！研究分野は大きく分けて、代数学、幾何学、解析学、確率論・応用数学があります。

数学科4年次では研究室配属があり、必ず洋書を読むという伝統があります。今年度の4年次「数学セミナー」を担当している教員の中で、代数学から三柴 善範 准教授、幾何学から正宗 淳 教授、解析学から猪奥 倫左 准教授、確率論・応用数学から横山 啓太 教授、の4人の先生に配属された学生がどのような内容の研究に取り組んでいるのか、紹介していただきました！

代数学

- ▶ 整数論
- ▶ 数論幾何学
- ▶ 代数幾何学
- ▶ 代数解析学
- ▶ 表現論 など

三柴 善範 准教授

本研究室では数論の研究をしています。今年度の4年セミナーには5名が所属しており、大域体や局所体、楕円曲線などに関するテキストを各自で読み進めて、勉強した内容を2週に1回ずつの頻度で発表しています。数論の問題は一見すると簡単に見えるものも多いですが、その振る舞いは複雑で奥が深く、その解明を目指して上記のようなトピックスが発展してきました。本セミナーを通して現代の数論の基礎を学ぶことで、数論の面白さを体感しています。

$$\left(\frac{p}{q}\right) \left(\frac{q}{p}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2} \frac{q-1}{2}}$$

$$\ell(D) - \ell(K - D) = \deg D + 1 - g$$

$$y^2 + a_1xy + a_3y = x^3 + a_2x^2 + a_4x + a_6$$

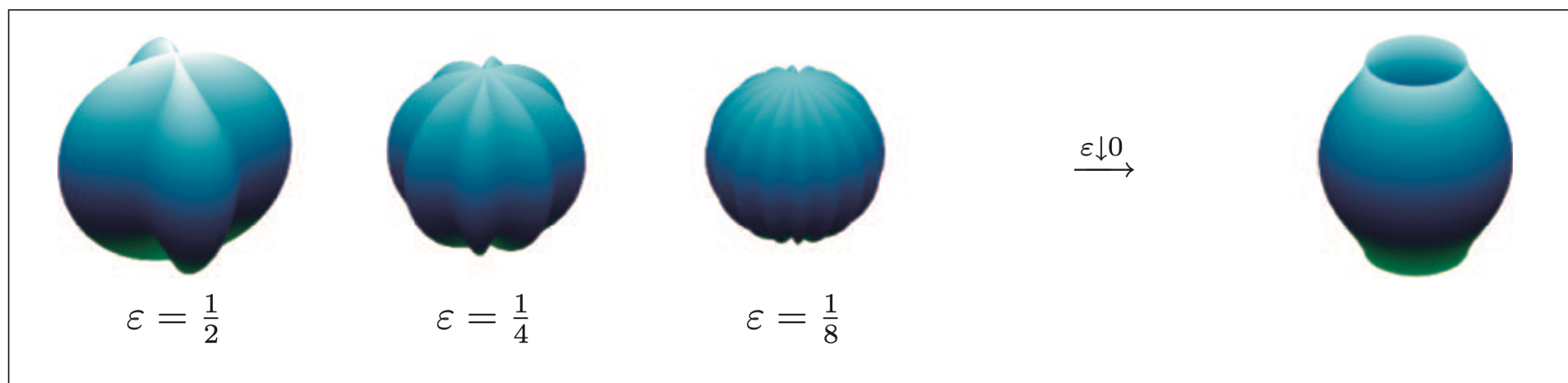
幾何学

- ▶ 大域解析学
- ▶ スペクトル幾何学
- ▶ 多様体上の
偏微分方程式論
- ▶ 均質化法
- ▶ 特異摂動論 など

正宗 淳 教授

本研究室では「空間のミクロ構造とマクロレベルの性質の関係」をリーマン幾何学や解析、確率論における手法を用いて研究しています。本年度の4年生セミナーはこれらの手法のうちの確率論がテーマです。セミナーでは、R. Bass 先生の講義録「Probability Theory」を全員が読み進め、各自勉強したことを発表します。参加者の皆さんがそれぞれの方法で理解を深めており、私も学ぶことがありセミナーを楽しんでいます。

さて、以下に関連する例を紹介します。この図は、右側に向かって空間の列の収束（スペクトル収束）を表しています。直感的には、たたいた音が右側の形の音に収束することを意味します。



解析学

- ▶ 微分方程式論
- ▶ 調和解析学
- ▶ 実解析学
- ▶ 関数不等式 など

猪奥 倫左 准教授

本研究室では偏微分方程式論, および関連する解析学について研究しています. 微分方程式を考察するためには解析学のさまざまな知見が必要となることが知られています. 例えば, 亀裂の伝搬や衝撃波の発生のように, 徐々に変化するのではなくあるときポキッと急に状況が変わるような物理モデルを記述する際には, 微分できない関数に対する弱い意味での微分を用いて数式化するとうまくいきます. そして, 弱い微分を考察する土台として, 調和解析学, 実解析学, 関数不等式といった解析学が活躍します. 今年度の4年セミナーでは, Lieb--Loss, Analysisを輪行形式で読み進め, 解析学の基礎について勉強しています.

$$S_{n,p} \left(\int_{\mathbb{R}^n} |u(x)|^{p^*} dx \right)^{\frac{1}{p^*}} \leq \left(\int_{\mathbb{R}^n} |\nabla u(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}},$$

$$\text{ただし } S_{n,p} := \sqrt{\pi} n^{\frac{1}{p}} \left(\frac{n-p}{p-1} \right)^{\frac{p-1}{p}} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{n}{p}\right) \Gamma\left(n+1-\frac{n}{p}\right)}{\Gamma(n) \Gamma\left(1+\frac{n}{2}\right)} \right]^{\frac{1}{n}}.$$

- ▶ 確率論
- ▶ 数理論理学
- ▶ 数学基礎論
- ▶ 理論計算機科学 など

可算濃度と連続体濃度の中間に位置する濃度があるかを問う「連続体仮説」は、標準的な集合論の公理系からは証明も反証もできないことが知られています。では「証明できない」ことを証明するにはどうすればよいのでしょうか。本研究室では、セミナーを通じて証明の数学的な定式化(記号論)と数学的主張の真偽の定まり方(意味論)を始めとして、数理論理学の基礎事項を学び、様々な論理体系における証明可能性や不可能性について理解を深めます。

$$\frac{\frac{\frac{}{\exists x A(x) \wedge B} 2}{\exists x A(x)} \quad \frac{\frac{\frac{}{A(x)} 1 \quad \frac{\frac{}{\exists x A(x) \wedge B}}{B}}{A(x) \wedge B} 2}{\exists x (A(x) \wedge B)} 1}{\exists x A(x) \wedge B \rightarrow \exists x (A(x) \wedge B)} 2$$